147

F

147F

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۲/۱۲/۱۶
دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۳

مجموعه مهندسی برق (۲)
مخابرات (میدان) (کد ۲۳۰۲)

تعداد سؤال: ۴۵ | مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (الکترومغناطیس ـ ریاضیات مهندسی پیشرفته، الکترومغناطیس پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- شرایط مرزی در مورد مرز بین دو عایق برای گشتاور $\vec{P}$، کدام است؟

$\vec{D} = \varepsilon_{\circ}\vec{E} + \vec{P}$

۱) $\vec{P}_{2} = \dfrac{\varepsilon_{r_1}(\varepsilon_{r_2}-1)}{\varepsilon_{r_2}(\varepsilon_{r_1}-1)} P_{n_1}\vec{a}_n + \dfrac{\varepsilon_{r_1}-1}{\varepsilon_{r_2}-1} P_{t_1}\vec{a}_t$

۲) $\vec{P}_{2} = \dfrac{\varepsilon_{r_2}(\varepsilon_{r_1}-1)}{\varepsilon_{r_1}(\varepsilon_{r_2}-1)} P_{n_1}\vec{a}_n + \dfrac{\varepsilon_{r_1}-1}{\varepsilon_{r_2}-1} P_{t_1}\vec{a}_t$

۳) $\vec{P}_{2} = \dfrac{\varepsilon_{r_1}(\varepsilon_{r_2}-1)}{\varepsilon_{r_2}(\varepsilon_{r_1}-1)} P_{n_1}\vec{a}_n + \dfrac{\varepsilon_{r_2}-1}{\varepsilon_{r_1}-1} P_{t_1}\vec{a}_t$

۴) $\vec{P}_{2} = \dfrac{\varepsilon_{r_2}(\varepsilon_{r_1}-1)}{\varepsilon_{r_1}(\varepsilon_{r_2}-1)} P_{n_1}\vec{a}_n + \dfrac{\varepsilon_{r_2}-1}{\varepsilon_{r_1}-1} P_{t_1}\vec{a}_t$

۲- بار Q به صورت یکنواخت روی سطح دایره‌ای به شعاع a توزیع شده است پتانسیل الکتریکی در روی محیط دایره چقدر است؟

۱) $\dfrac{Q}{a\varepsilon_{\circ}}$

۲) $\dfrac{Q}{a\pi\varepsilon_{\circ}}$

۳) $\dfrac{Q}{2a\pi\varepsilon_{\circ}}$

۴) $\dfrac{Q}{a\pi^{2}\varepsilon_{\circ}}$

۳- بار الکتریکی در مبدأ مختصات مفروض است. بر روی کرهٔ فرضی به قطر R، بردار چگالی شار الکتریکی $\vec{D} = 1000\cos^{2}\dfrac{\theta}{2}\vec{a}_r (\dfrac{C}{m^{2}})$ بوجود می‌آید. زاویه $\theta = \theta_1$ که نصف شار الکتریکی در این زاویه از کرهٔ فرضی خارج شود، کدام است؟

۱) $\theta_1 = \cos^{-1}(1-\sqrt{2})$

۲) $\theta_1 = \cos^{-1}(\sqrt{2}-1)$

۳) $\theta_1 = \cos^{-1}(1-\sqrt{3})$

۴) $\theta_1 = \cos^{-1}(\sqrt{3}-1)$

۴- دو قطبی الکتریکی با ممان $\vec{P} = Q\vec{d}$ در جهت $\vec{a}_z$ مفروض است. انرژی ذخیره شده در ناحیه $r > a$ برابر است با:

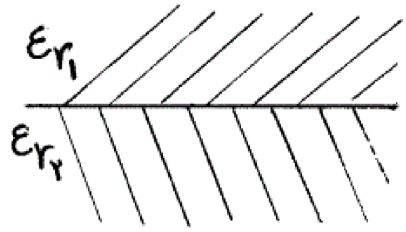
۱) $\dfrac{Q^{2}d^{2}}{32\pi\varepsilon_{\circ}a^{3}}$

۲) $\dfrac{Q^{2}d^{2}}{16\pi\varepsilon_{\circ}a^{3}}$

۳) $\dfrac{Q^{2}d^{2}}{12\pi\varepsilon_{\circ}a^{3}}$

۴) $\dfrac{Q^{2}d^{2}}{8\pi\varepsilon_{\circ}a^{3}}$

۵- نسبت اندازه بردار قطبش در دو طرف نقطه‌ای از مرز دو دی‌الکتریک کامل با ضرایب گذردهی نسبی ε_{r_1} , ε_{r_2} $(\varepsilon_{r_2} > \varepsilon_{r_1})$ در دو حالت مختلف اندازه‌گیری شده است. وقتی بردار شدت میدان الکتریکی عمود بر مرز باشد این نسبت $4:3$ و وقتی که به موازات آن باشد، این نسبت $2:1$ خواهد بود. با فرض صفر بودن چگالی بار سطحی آزاد روی مرز در عمل اندازه‌گیری ضرایب ε_{r_1} و ε_{r_2} به ترتیب از راست به چپ برابراند با:



$(\varepsilon_{r_2} > \varepsilon_{r_1})$

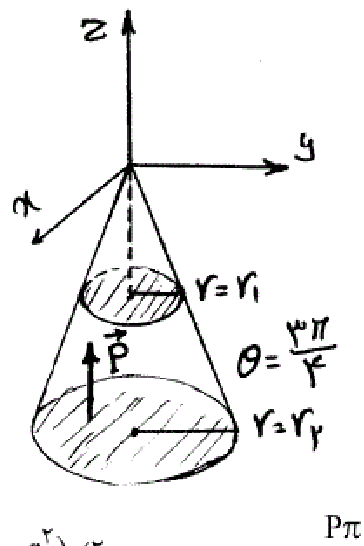
۱) $\frac{۴}{۳}$ ، $\frac{۵}{۳}$

۲) $\frac{۴}{۳}$ ، $\frac{۸}{۳}$

۳) ۲ ، $\frac{۸}{۳}$

۴) ۲ ، ۳

۶- ناحیه مخروط ناقص شکل زیر به صورت $\begin{cases} r_1 < r < r_2 \\ \frac{3\pi}{4} < \theta < \pi \\ 0 < \varphi < 2\pi \end{cases}$ از دو قطبی‌های الکتریکی با چگالی حجمی گشتاور ثابت $P\hat{a}_z$ پر شده است. کل بار قطبی شده روی سطح جانبی مخروطی برابر است با:



۱) $-\frac{P\pi}{2}(r_2^2 - r_1^2)$

۲) $-2\pi P(r_2^2 - r_1^2)$

۳) $\frac{P\pi}{2}(r_2^2 - r_1^2)$

۴) $+2\pi P(r_2^2 - r_1^2)$

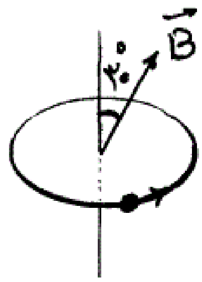
۷- خازن صفحه‌ای با سطح $(A = \ln ۴۴۱\ cm^{۲})$ و فاصله دو سطح $۱۰\ mm$ مفروض است. بین صفحات، دی‌الکتریک غیر همگنی با $۰/۸\varepsilon_r$ که از یک تا بیست‌و یک تغییر می‌کند، پر شده است. با فرض اینکه فاصله دو سطح خازن خیلی کوچکتر از ابعاد آن باشد، ظرفیت تقریبی خازن، بر حسب فاراد برابر است با:

۱) $۰/۲\varepsilon_{\circ}$
۲) $۰/۴\varepsilon_{\circ}$
۳) $۰/۸\varepsilon_{\circ}$
۴) $\varepsilon_{\circ}$

۸- حلقه جریانی به‌شدت I آمپر در جهت $\hat{a}_{\varphi}$ در صفحه $z = ۰$ با مرکز آن در مبدأ مختصات، مفروض است. شعاع حلقه a و پتانسیل عددی مغناطیسی حلقه در مبدأ مختصات صفر فرض می‌شود. در چه نقطه‌ای روی محور zها میزان پتانسیل عددی مغناطیسی برابر با نصف مقدارش در بی‌نهایت می‌شود؟

۱) $\frac{a}{۴}$
۲) $\frac{a}{۲\sqrt{۳}}$
۳) $\frac{a}{۲}$
۴) $\frac{a}{\sqrt{۳}}$

۹- فرض کنید بار نقطه‌ای $q = ۱\mu C$ در هر ثانیه ۳۰۰۰ بار به دور دایره‌ای به شعاع $r = ۲cm$ می‌چرخد. این حرکت به‌طور تقریبی، معادل یک جریان یکنواخت حول حلقه است. میدان مغناطیسی $B = ۰/۰۱T$ با خط عمود بر صفحه حرکت بار، زاویه ۳۰ درجه می‌سازد. اندازه گشتاور مغناطیسی ایجاد شده توسط چگالی شار مغناطیسی B برابر است با:

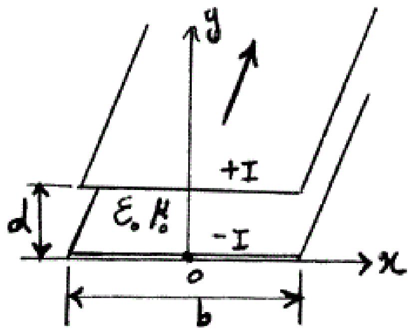


۱) $۶\times ۱۰^{-۹}\pi$
۲) $۱۲\times ۱۰^{-۹}\pi$
۳) $۶\times ۱۰^{-۷}\pi$
۴) $۱۲\times ۱۰^{-۷}\pi$

۱۰- استوانه‌ای طویل به شعاع a با مغناطیس دائمی $\vec{M} = M_{\circ}\hat{a}_x$ در دست است. این استوانه را در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{H}_{\circ} = H_{\circ}\hat{a}_x$ قرار می‌دهیم. چگالی شار مغناطیسی $\vec{B}$، درون استوانه کدام است؟

۱) $\mu_{\circ}M_{\circ}\hat{a}_x$
۲) $\mu_{\circ}(H_{\circ} - \frac{M_{\circ}}{۲})\hat{a}_x$
۳) $\mu_{\circ}(H_{\circ} + \frac{M_{\circ}}{۲})\hat{a}_x$
۴) $\mu_{\circ}(\frac{H_{\circ}}{۲} - \frac{M_{\circ}}{۲})\hat{a}_x$

۱۱- یک خط انتقال شامل دو رسانای نواری به عرض b متر و به‌فاصله d متر از یکدیگر می‌باشد. رسانای پائینی روی صفحه $y = 0$ با جریان I - آمپر و رسانای بالایی روی صفحه $y = d$ با جریان I آمپر قرار گرفته‌اند. اگر $b >> d$ فرض شود، بردار نیروی بین دو هادی در واحد طول خط بر حسب $\frac{N}{m}$ برابر است با:



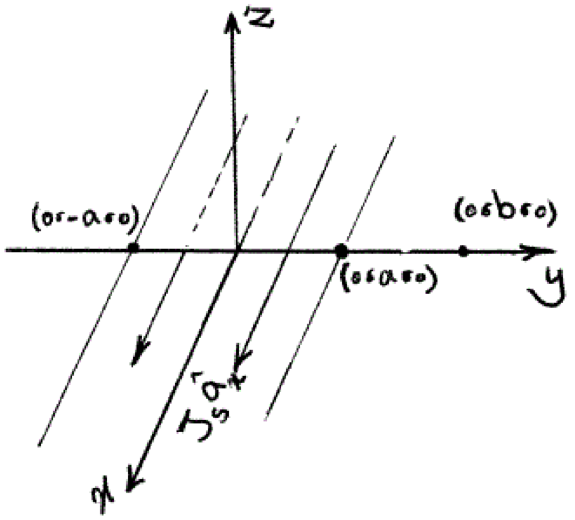
۱) $\frac{-\mu_0 I^2}{2b}\hat{a}_y$ بر روی هادی پایینی

۲) $\frac{-\mu_0 I^2}{2b}\hat{a}_y$ بر روی هادی بالایی

۳) $\frac{-\mu_0 I^2}{4b}\hat{a}_y$ بر روی هادی پایینی

۴) $\frac{-\mu_0 I^2}{4b}\hat{a}_y$ بر روی هادی بالایی

۱۲- نوار هادی در $z = 0$ ، $-a < y < a$ و در امتداد محور xها، چگالی جریان $J_s(\frac{A}{m})$ را در جهت $+X$ از خود عبور می‌دهد. $\vec{H}$ در نقطه $(0,b,0)$ کدام است؟ (فرض کنید $b > a$)



۱) $\frac{J_s}{4\pi}\ln\frac{b-a}{b+a}\ \hat{a}_z$

۲) $\frac{J_s}{4\pi}\ln\frac{b+a}{b-a}\ \hat{a}_z$

۳) $\frac{J_s}{2\pi}\ln\frac{b-a}{b+a}\ \hat{a}_z$

۴) $\frac{J_s}{2\pi}\ln\frac{b+a}{b-a}\ \hat{a}_z$

۱۳- بردار شدت میدان مغناطیسی در یک محیط عایق همگن غیر مغناطیسی $(\mu = \mu_0)$ عبارتست از:

$$\vec{H}(\vec{r},t) = 0/1\cos(2\pi \times 10^{9}\, t - 20\,\pi z)\hat{a}_x [\frac{A}{m}]$$

ε_r محیط کدام است؟

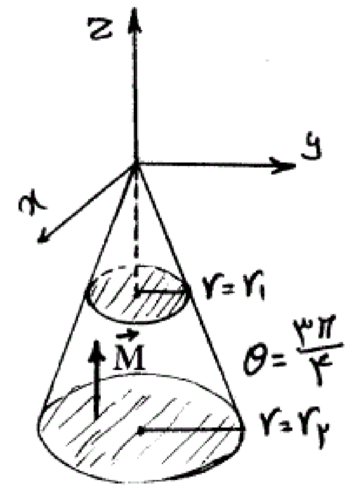
۱) ۹

۲) ۳

۳) $\sqrt{3}$

۴) ۱

۱۴- ناحیه مخروط ناقص به‌صورت $\begin{cases} r_1 < r < r_2 \\ \frac{3\pi}{4} < \theta < \pi \\ 0 < \varphi < 2\pi \end{cases}$ مطابق شکل زیر از دو قطبی‌های مغناطیسی با چگالی حجمی گشتاور ثابت $M\hat{a}_z$ پر شده است. چگالی شار مغناطیسی $\vec{B}$ در مبدأ مختصات برابر است با:



۱) $\frac{\mu_0 M}{4\sqrt{2}} \ln(\frac{r_1}{r_2})$

۲) $\frac{\mu_0 M}{4\sqrt{2}} \ln(\frac{r_2}{r_1})$

۳) $\frac{\mu_0 M\pi}{4}(r_1^2 - r_2^2)$

۴) $\frac{\mu_0 M\pi}{4}(r_2^2 - r_1^2)$

۱۵- بی‌نهایت هادی فیلامانی در صفحه $z = 0$ و در $y = n$ ، $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ که هر یک جریان I آمپر را در جهت x از خود عبور می‌دهند. شدت میدان مغناطیسی H_y در $(0,0,\infty)$ چقدر است؟

۱) $-\frac{I}{4}$

۲) $-\frac{I}{3}$

۳) $-\frac{I}{2}$

۴) $-I$

۱۶- کدام یک از عبارات زیر در مورد مسأله اشتورم لیوویل

$$\frac{d}{dx}\left(p\frac{dy}{dx}\right)+(q+\lambda s)y=\circ\ ;\ y(a)=\circ\ ,\ y'(b)=\circ$$

نادرست است؟

۱) تابع ویژه مسأله داده شده (به جز در یک ضریب ثابت) یکتاست.

۲) اگر مقدار ویژه λ_k بزرگتر از مقدار ویژه λ_j باشند بین هر دو صفر تابع ویژه y_j صفری از تابع ویژه y_k قرار دارد.

۳) اگر $y_۱$ و $y_۲$ توابع ویژه متناظر با یک مقدار ویژه λ باشند در این صورت داریم: $p(x)W(x;y_۱,y_۲)=\circ$

۴) اگر y_j و y_k توابع ویژه متناظر با دو مقدار متمایز ویژه λ_j و λ_k باشند در این صورت داریم: $\int_a^b s(x)\,y_j(x)\,y_k(x)dx=\circ$

۱۷- اپراتور خطی $l(u)=au_{xx}+۲bu_{xy}+cu_{yy}+du_x+eu_y+fu$ خود الحاق است اگر و تنها اگر:

۱) $\begin{cases}a_x+b_y=d_x\\c_y+b_x=e_y\end{cases}$

۲) $\begin{cases}a_x+b_y=d\\c_y+b_x=e\end{cases}$

۳) $\begin{cases}a_x+b_x=d\\c_y+b_y=e\end{cases}$

۴) $\begin{cases}a_x+b_x=d_x\\c_y+b_y=e_y\end{cases}$

۱۸- تابع گرین مسئله مقدار مرزی $\begin{cases}-u''+\omega^۲u=f(x)\ \ ;\ \circ\le x\le ۱\\u(\circ)=u(۱)=\circ\end{cases}$ برابر است با:

۱) $g(x,y)=\begin{cases}\sin\omega x.\sin\omega(۱-y)/\omega\sin\omega\ \ ;\ \circ\le x\le y\\\sin\omega(۱-x).\sin\omega y/\omega\sin\omega\ \ ;\ y\le x\le ۱\end{cases}$

۲) $g(x,y)=\begin{cases}\sinh\omega x.\sinh\omega(۱-y)/\omega\sinh\omega\ \ ;\ \circ\le x\le y\\\sinh\omega(۱-x).\sinh\omega y/\omega\sinh\omega\ \ ;\ y\le x\le ۱\end{cases}$

۳) $g(x,y)=\begin{cases}\sinh\omega x.\sin\omega(۱-y)/\omega\sin\omega\ \ ;\ \circ\le x\le y\\\sinh\omega(۱-x).\sin\omega y/\omega\sin\omega\ \ ;\ y\le x\le ۱\end{cases}$

۴) $g(x,y)=\begin{cases}\sin\omega x.\sin\omega(۱-y)/\omega\sinh\omega\ \ ;\ \circ\le x\le y\\\sin\omega(۱-x).\sin\omega y/\omega\sinh\omega\ \ ;\ y\le x\le ۱\end{cases}$

۱۹- در فضای خطی (برداری) P_n همه چند جمله‌ای‌های حقیقی از درجه حداکثر n ($n > 1$ عدد طبیعی) تعریف می‌کنیم $< f,g >= \sum_{k=0}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)g\left(\frac{k}{n}\right)$. اگر $f(t) = t$ و $g(t) = at + b$ (a و b ثابت حقیقی)، آنگاه کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) تعریف $< f,g >$ ضرب داخلی است و توابع t و $at + b$ بر هم عمودند اگر و تنها اگر $b = \frac{-(2n+1)}{3n}a$

۲) تعریف $< f,g >$ ضرب داخلی است و توابع t و $at + b$ بر هم عمودند اگر و تنها اگر $b = \frac{2n+1}{3n}a$

۳) تعریف $< f,g >$ ضرب داخلی است و توابع t و $at + b$ بر هم عمودند اگر و تنها اگر $b = \left(-\frac{2n+1}{n}\right)a$

۴) تعریف $< f,g >$ نمی‌تواند یک ضرب داخلی بر فضای مذکور باشد.

۲۰- مقدار ویژه مسئله مقدار مرزی $\begin{cases} -u''(x) = \lambda u(x) & ; \ 0 < x < 1 \\ u(0) = u(1) = 0 \end{cases}$ را می‌توان از کمینه کردن کدام تابعک (functional) زیر بدست آورد؟

۱) $\lambda = \dfrac{\int_0^1 [u''(x)]^2 dx}{\int_0^1 [u(x)]^2 dx}$

۲) $\lambda = \dfrac{\int_0^1 [u''(x)]^2 dx}{\int_0^1 [u'(x)]^2 dx}$

۳) $\lambda = \dfrac{\int_0^1 [u(x)]^2 dx}{\int_0^1 [u'(x)]^2 dx}$

۴) $\lambda = \dfrac{\int_0^1 [u'(x)]^2 dx}{\int_0^1 [u(x)]^2 dx}$

۲۱- تبدیل عکس لاپلاس تابع زیر کدام است؟ $(j=\sqrt{-1})$

$$F(s)=\frac{1}{s^{2}.\cosh(s)}$$

۱) $f(t)=t+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2e^{\pm\frac{j(2n+1)\pi}{2}t}}{(2n+1)\pi}$

۲) $f(t)=t+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2e^{\frac{j(2n+1)\pi}{2}t}}{(2n+1)\pi}$

۳) $f(t)=t+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}2e^{\pm\frac{jn\pi}{2}t}}{n\pi}$

۴) $f(t)=t+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2e^{\frac{jn\pi}{2}t}}{n\pi}$

۲۲- تابعک (Functional) منحنی را که از دو نقطه $A(0,0,0)$ و $B(1,1,2)$ عبور نماید و بر رویه $z=x^{2}+y^{2}$ قرار گرفته باشد و کمینه طول را داشته باشد، کدام است؟

۱) $J(y)=\int_{0}^{1}\sqrt{1+y'^{2}}\,dx$

۲) $J(y)=\int_{0}^{1}\left\{\sqrt{1+y'^{2}}-z\right\}dx$

۳) $J(y)=\int_{0}^{1}\left\{\sqrt{1+y'^{2}}-\sqrt{x^{2}+y^{2}}\right\}dx$

۴) $J(y)=\int_{0}^{1}\left\{1+y'^{2}+4(x+yy')^{2}\right\}^{\frac{1}{2}}dx$

۲۳- مقادیر ویژه λ معادله انتگرالی $f(x)=\lambda\int_{0}^{2\pi}\sin(x+y)f(y)\,dy$ برابر است با:

۱) $\pm\frac{2}{\pi}$

۲) $0,-\frac{1}{\pi}$

۳) $\pm\frac{1}{\pi}$

۴) $0,+\frac{1}{\pi}$

۲۴- اکسترمم فانکشنال (تابعک) زیر از حل کدام یک از معادلات بدست می‌آید؟

$$J = \iint f[u_1, u_2, u_{1x}, u_{2x}, u_{1y}, u_{2y}, x, y]\,dx\,dy$$

۱) $\frac{\partial f}{\partial u_i} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial u_{ix}} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial u_{iy}} = 0\ ,\ i = 1,2$

۲) $\frac{\partial f}{\partial u_1} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial u_{1x}} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial u_{1y}} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial u_{2x}} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial u_{2y}} = 0$

۳) $\frac{\partial f}{\partial u_i} - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\frac{\partial f}{\partial u_{ix}} - \frac{\partial^2}{\partial y \partial x}\frac{\partial f}{\partial u_{iy}} = 0\ ,\ i = 1,2$

۴) $\frac{\partial^2 f}{\partial u_1 \partial u_2} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial^2 f}{\partial u_{1x}\partial u_{2x}} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial^2 f}{\partial u_{1y}\partial u_{2y}} = 0$

۲۵- معادله انتگرالی $u(x) = x + 1 + \int_0^x (x-t)u(t)\,dt$ هم‌ارز با کدام معادله دیفرانسیل است؟

۱) $u''(x) = u(x)\ ;\ u(0) = 1\ ;\ u'(0) = 1$

۲) $u''(x) - u(x) = 0\ ;\ u(0) = 1\ ;\ u'(0) = 0$

۳) $u''(x) + u(x) = 1\ ;\ u(0) = 1\ ;\ u'(0) = 1$

۴) $u''(x) = u(x) - 1\ ;\ u(0) = 1\ ;\ u'(0) = 1$

۲۶- حاصل انتگرال $I = \frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{\frac{1}{2}\cos\theta}\cos(\frac{1}{2}\sin\theta)\,d\theta$ برابر است با:

۱) $\frac{1}{2}$

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

۲۷- مقدار انتگرال $\int_0^{\infty}\frac{(\mathrm{Ln}x)^2}{1+x^2}dx$ کدام است؟

۱) واگراست (یعنی مقدار انتگرال غیرعادی ∞ است)

۲) $\frac{\pi^3}{8}$

۳) $\frac{\pi^3}{4}$

۴) $\frac{\pi^3}{16}$

۲۸- تبدیل $W=\int_{1}^{Z}(\mathfrak{S}+1)^{-\frac{2}{3}}(\mathfrak{S}-1)^{-\frac{2}{3}}d\mathfrak{S}$ نیمه بالایی صفحه Z را به کدام ناحیه از صفحه W می‌نگارد؟

۱) درون نیمه نوار قائم $0\le u\le b$، $V\ge 0$ (عدد b مانند گزینه‌های زیر)

۲) درون مثلث قائم‌الزاویه با رئوس $W_1=ib$، $W_2=0$ و
$$W_3=b=\int_{1}^{\infty}\frac{dx}{(x^2-1)^{\frac{2}{3}}}$$

۳) درون مثلث متساوی‌الاضلاع با رئوس $W_1=be^{-\frac{\pi i}{3}}$ و $W_2=0$ و
$$W_3=b=\int_{1}^{\infty}\frac{dx}{(x^2-1)^{\frac{2}{3}}}$$

۴) درون مثلث متساوی‌الاضلاع با رئوس $W_1=be^{\frac{\pi i}{3}}$ و $W_2=0$ و
$$W_3=b=\int_{1}^{\infty}\frac{dx}{(x^2-1)^{\frac{2}{3}}}$$

۲۹- در صورتی که به ازای هر نقطه $Z=re^{i\theta}$ داخل دایره $S=r_0e^{i\phi}$ (در صفحه Z)، $0\le\phi<2\pi$، داشته باشیم:

$$f(re^{i\theta})=\frac{r_0^2-r^2}{2\pi}\int_{0}^{2\pi}\frac{f(r_0e^{i\phi})}{|s-z|^2}d\phi$$

که در آن f در درون و روی دایره مذکور تحلیلی است و u قسمت حقیقی f است، آنگاه داریم $u(r,\theta)=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi}p(r_0,r,\phi-\theta)u(r_0,\phi)d\phi$. کدام یک از احکام زیر نادرست است؟

۱) تابع $p(r_0,r,\phi-\theta)$ همیشه مثبت است.

۲) تابع $p(r_0,r,\phi-\theta)$ زوج و دوره‌ای (متناوب) از $(\phi-\theta)$ است.

۳) $p(r_0,r,\phi-\theta)=\dfrac{r_0^2-r^2}{r_0^2+2rr_0\cos(\phi-\theta)+r^2}$

۴) $\dfrac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi}p(r_0,r,\phi-\theta)d\phi=1$

۳۰- تابع گرین مسئله مقدار مرزی ناالحاق:

$$\begin{cases} L(u) = u'' + 3u' + 2u = f(x) \quad ; \; 0 \le x \le 1 \\ u'(0) = 0 \;\; \& \;\; u'(1) = 0 \end{cases}$$

جواب کدام یک از معادلات مقدار مرزی ذیل می‌باشد؟

۱) $\begin{cases} g''(x,x_0) - 3g'(x,x_0) + 2g(x,x_0) = \delta(x - x_0) \quad ; \; 0 \le x \le 1 \\ g'(0,x_0) = 3g(0,x_0) \;\; \& \;\; g'(1,x_0) = 3g(1,x_0) \end{cases}$

۲) $\begin{cases} g''(x,x_0) + 3g'(x,x_0) + 2g(x,x_0) = \delta(x - x_0) \quad ; \; 0 \le x \le 1 \\ g'(0,x_0) = 0 \;\; \& \;\; g'(1,x_0) = 0 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} g''(x,x_0) - 3g'(x,x_0) + 2g(x,x_0) = \delta(x - x_0) \quad ; \; 0 \le x \le 1 \\ g'(0,x_0) = 0 \;\; \& \;\; g'(1,x_0) = 0 \end{cases}$

۴) تابع گرین موجود نیست.

۳۱- اگر تابع اسکالر ψ حل معادلهٔ هلم هولتز با عدد موج k باشد، آنگاه کدام یک از میدان‌های زیر حل معادلهٔ ماکسول خواهد بود؟

۱) $\vec{H} = \frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{a}_y - \frac{\partial\psi}{\partial y}\hat{a}_z$

۲) $\vec{E} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}\hat{a}_x - \frac{\partial\psi}{\partial y}\hat{a}_y - \frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{a}_z$

۳) $\vec{E} = \frac{\partial^2\psi}{\partial y\partial z}\hat{a}_x + \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial z}\hat{a}_y + (\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2)\psi\hat{a}_z$

۴) $\vec{H} = -\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}\hat{a}_x + (\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2)\psi\hat{a}_y - \frac{\partial^2\psi}{\partial z\partial y}\hat{a}_z$

۳۲- در فضای خالی جریان رشته‌ای هارمونیک $I_\circ e^{j\omega t}$ به طور یکنواخت روی محور z در جهت $+\hat{a}_z$ توزیع شده است. اگر میدان مغناطیسی تولید شده توسط این جریان رشته‌ای را $\vec{H}$ بنامیم، آنگاه حاصل انتگرال خط $\oint_c \vec{H}\cdot\vec{dl}$ که در آن c یک مسیر دایروی در صفحهٔ $z=\circ$ به شعاع a و به مرکز مبداء مختصات می‌باشد، کدام است؟

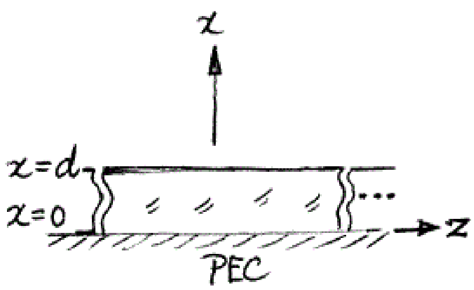
۱) $\dfrac{\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}I_\circ a}{j۴}H_۱^{(۲)}(\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}a)$

۲) $\dfrac{\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}I_\circ \pi a}{j۲}H_۱^{(۲)}(\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}a)$

۳) $\dfrac{\omega^۲\mu_\circ\varepsilon_\circ I_\circ}{j۴}\int_\circ^a rH_\circ^{(۲)}(\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}r)dr$

۴) $\dfrac{\omega^۲\mu_\circ\varepsilon_\circ I_\circ\pi}{j۲}\int_\circ^a rH_\circ^{(۲)}(\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}r)dr$

۳۳- یک تیغهٔ عایق با $\varepsilon_r=۴$ و $\mu_r=۱$ و به ضخامت d همانند شکل بر روی یک رسانای کامل الکتریکی PEC قرار داده شده در حالی که ناحیهٔ بالای تیغهٔ، خلاء است. در فرکانس ω یکی از مودهای TE_z این موجبر عایقی دو بعدی در جهت z در حال انتشار است. از اندازه‌گیری در فرکانس ω می‌دانیم که فیزور H_z این مود فقط در صفحهٔ $x=\frac{۲}{۳}d$ متحد با صفر است. اگر در فرکانس ω ضخامت d ربع طول موج در فضای خالی ($\lambda_\circ$) باشد، آنگاه ثابت فاز β برای مود مورد بحث در فرکانس ω کدام است؟



۱) $\dfrac{\sqrt{۷}}{\lambda_\circ}$

۲) $\dfrac{\sqrt{۷}\pi}{\lambda_\circ}$

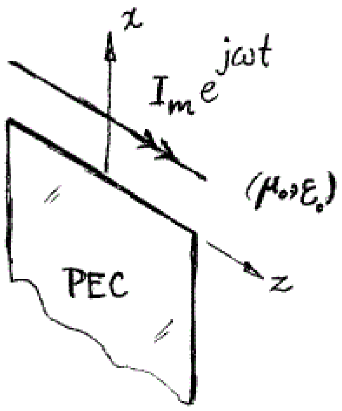
۳) $\dfrac{۸\sqrt{۲}}{۳\lambda_\circ}$

۴) $\dfrac{۸\sqrt{۲}\pi}{۳\lambda_\circ}$

۳۴- موج الکترومغناطیسی تابشی (incident) با میدان الکتریکی $\vec{E}^i(\rho,\varphi)=(\cos\varphi\hat{a}_\rho-\sin\varphi\hat{a}_\varphi)\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}\rho)e^{jn\varphi}$ که فرکانس آن ω است، به نیم فضای $y<\circ$ که از جنس رسانای کامل مغناطیسی (PMC) است برخورد می‌کند. چگالی جریان سطحی مغناطیسی $\vec{M}_s$ روی مرز $y=\circ$ در مبداء مختصات کدام است؟

۱) $-۲\hat{a}_z$
۲) $-\hat{a}_z$
۳) $\hat{a}_z$
۴) $۲\hat{a}_z$

۳۵- یک نیم صفحه از جنس رسانای کامل الکتریکی PEC ناحیهٔ دو بعدی $(x<\circ,\ y=\circ,-\infty<z<\infty)$ را همانند شکل اشغال کرده است. جریان رشته‌ای مغناطیسی با تغییرات هارمونیک $I_m e^{j\omega t}$ به موازات لبهٔ این نیم صفحه واقع شده است. مؤلفه‌های E_ρ ، E_φ و H_z از میدان کل در نزدیکی لبهٔ نیم صفحه به ترتیب با چه توانی از ρ یعنی فاصله از مبداء متناسب هستند؟



۱) $H_z\sim\sqrt{\rho}$, $E_\varphi\sim\rho^\circ$, $E_\rho\sim\sqrt{\rho}$
۲) $H_z\sim\rho^\circ$, $E_\varphi\sim\frac{۱}{\sqrt{\rho}}$, $E_\rho\sim\sqrt{\rho}$
۳) $H_z\sim\rho^\circ$, $E_\varphi\sim\frac{۱}{\sqrt{\rho}}$, $E_\rho\sim\frac{۱}{\sqrt{\rho}}$
۴) $H_z\sim\sqrt{\rho}$, $E_\varphi\sim\frac{۱}{\sqrt{\rho}}$, $E_\rho\sim\frac{۱}{\sqrt{\rho}}$

۳۶- جریان مغناطیسی هارمونیک با فرکانس ω و با چگالی حجمی $\vec{M}$ ولت بر متر مربع، براساس رابطهٔ $\vec{M}=\begin{cases}۳\exp(+j۲\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}y)\,\hat{a}_x & ;\ y<\circ\\ \circ & ;\ y>\circ\end{cases}$ در فضای خالی توزیع شده است. در محل $(x,y,z)=(\circ,۲,\circ)$، فیروز میدان الکتریکی $\vec{E}$ موج الکترومغناطیسی تشعشع شده توسط $\vec{M}$ کدام است؟

۱) $\hat{a}_z\frac{۱}{۲\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}}je^{-j۲\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}}$
۲) $\hat{a}_z\frac{۳}{۲\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}}je^{-j۲\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}}$
۳) $\hat{a}_z\frac{۱}{j۲\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}}e^{-j۲\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}}$
۴) $\hat{a}_z\frac{۳}{j۲\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}}e^{-j۲\omega\sqrt{\mu_\circ\varepsilon_\circ}}$

۳۷- موج صفحه‌ای یکنواخت $\vec{E}^i = ۲\exp(-j\omega\sqrt{\mu_\circ \varepsilon_\circ} z)\hat{a}_x$ به یک کرهٔ رسانای الکتریکی کامل PEC که شعاع آن ۲ m و مرکز آن بر مبداء مختصات منطبق است، تابانده می‌شود. اگر چگالی جریان سطحی الکتریکی ایجاد شده بر روی کرهٔ PEC را $\vec{J}_s$ بنامیم، آنگاه $-\vec{J}_s$ در غیاب کرهٔ PEC و در غیاب موج تابشی $\vec{E}^i$ چه میدان الکتریکی‌ای در مبداء مختصات تولید می‌کند؟

۱) $-۲\hat{a}_x$

۲) $-\hat{a}_x$

۳) $\hat{a}_x$

۴) $۲\hat{a}_x$

۳۸- کدام یک از توزیع جریان‌های سطحی زیر می‌تواند در ناحیهٔ $z > ۰$ میدان الکتریکی $\vec{E} = \hat{a}_y ۲e^{-j\frac{۱}{۲}k_\circ z} e^{-j\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x} + \hat{a}_y ۲e^{-j\frac{۱}{۲}k_\circ z} e^{+j\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x}$ و در ناحیهٔ $z < ۰$ میدان صفر تولید کند؟ (این توزیع جریان‌ها در صفحهٔ $z = ۰$ قرار داشته و فضای اطراف آن‌ها خلاء است.)

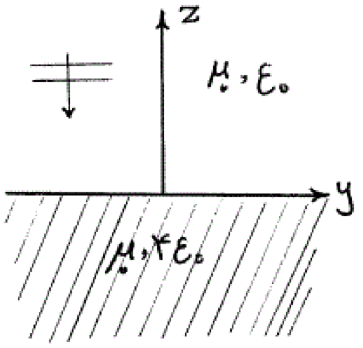
۱) $\vec{J}_s = -۲\sqrt{\frac{\varepsilon_\circ}{\mu_\circ}} \cos(\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x)\hat{a}_y \ , \ \vec{M}_s = -۴\cos(\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x)\hat{a}_x$

۲) $\vec{J}_s = -j۲\sqrt{\frac{\varepsilon_\circ}{\mu_\circ}} \sqrt{۳}\sin(\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x)\hat{a}_y \ , \ \vec{M}_s = -۴\cos(\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x)\hat{a}_x$

۳) $\vec{J}_s = -۲\sqrt{\frac{\varepsilon_\circ}{\mu_\circ}} \cos(\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x)\hat{a}_y \ , \ \vec{M}_s = ۴\cos(\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x)\hat{a}_x$

۴) $\vec{J}_s = -j۲\sqrt{\frac{\varepsilon_\circ}{\mu_\circ}} \sqrt{۳}\sin(\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x)\hat{a}_y \ , \ \vec{M}_s = ۴\cos(\frac{\sqrt{۳}}{۲}k_\circ x)\hat{a}_x$

۳۹- نیم فضای عایقی $(\mu_0, 4\varepsilon_0)$ مطابق شکل در ناحیه $z < 0$ مفروض است. یک موج صفحه‌ای به صورت $\vec{E} = \hat{a}_x E_0 e^{jk_0 z}$ که در ناحیه $z > 0$ در حال انتشار است به آن برخورد می‌کند. بار و جریان الکتریکی حجمی معادل که می‌تواند جایگزین نیم فضای عایقی گردیده و همچنان میدان الکتریکی ($\vec{E}$) در دو مسئله اصلی و معادل، یکسان باشد، کدام است؟ E_0 عددی ثابت و $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ و ω فرکانس زاویه‌ای است.



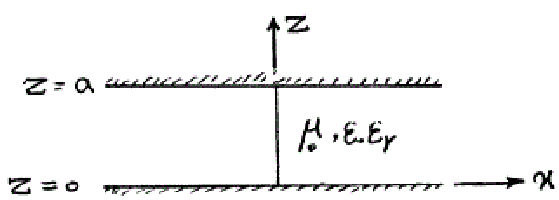
۱) $\vec{J}_p = \hat{a}_x j\omega E_0 e^{j2k_0 z}$, $\rho_p = 0$

۲) $\vec{J}_p = \hat{a}_x j2\omega E_0 e^{j2k_0 z}$, $\rho_p = 0$

۳) $\vec{J}_p = \hat{a}_x j\omega E_0 e^{jk_0 z}$, $\rho_p = -j3\varepsilon_0 k_0 e^{jk_0 z}$

۴) $\vec{J}_p = \hat{a}_x j\omega E_0 e^{jk_0 z}$, $\rho_p = -j6\varepsilon_0 k_0 e^{j2k_0 z}$

۴۰- دو سطح هادی کامل یک موجبر دو صفحهٔ موازی مطابق شکل توسط یک Via به صورت یک استوانه توخالی با شعاع $r << \lambda$، در روی محور z، به هم اتصال کوتاه شده‌اند. فرض کنید جریان ثابت فیزوری I_0 از این استوانه (Via) عبور می‌کند و ناحیه عایقی موجبر از عایق $(\mu_0, \varepsilon_0\varepsilon_r)$ پر شده است. در این صورت میدان E_z کدام است؟ در این روابط: $k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r}$ و ω فرکانس زاویه‌ای است؟



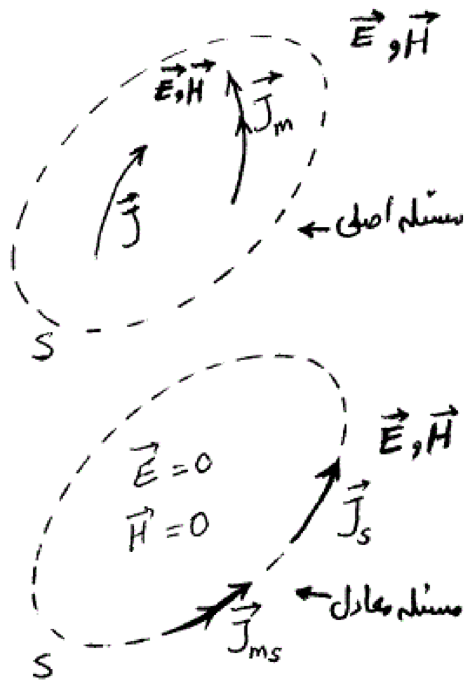
۱) $E_z = \dfrac{-k^2 I_0}{4\omega\varepsilon_0\varepsilon_r} H_0^{(2)}(k\rho)$

۲) $E_z = \sum\limits_{m=0}^{\infty} (-1)^m \dfrac{k_\rho^2}{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r} \cos(\dfrac{m\pi}{a}z) H_0^{(2)}(k_\rho \rho)$; $k_\rho^2 = k^2 - (\dfrac{m\pi}{a})^2$

۳) $E_z = \sum\limits_{m=0}^{\infty}\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^m \dfrac{k_\rho^2}{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r} \cos(\dfrac{m\pi}{a}z) \cos n\varphi \, H_n^{(2)}(k_\rho \rho)$; $k_\rho^2 = k^2 - (\dfrac{m\pi}{a})^2$

۴) $E_z = \sum\limits_{m=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^m}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \dfrac{1}{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r} \cos(\dfrac{m\pi}{a}z) e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} dk_x$; $k_y^2 = k^2 - (\dfrac{m\pi}{a})^2 - k_x^2$

۴۱- برای حل مسئله تشعشع جریان‌های الکتریکی، $\vec{J}$ و مغناطیسی، $\vec{J}_m$ در فضای آزاد، مسئلهٔ معادلی برای ناحیه خارج سطح مفروض S مطابق شکل ساخته می‌شود که میدان‌های داخلی آن صفر فرض شده است. کدام گزینه صحیح است؟



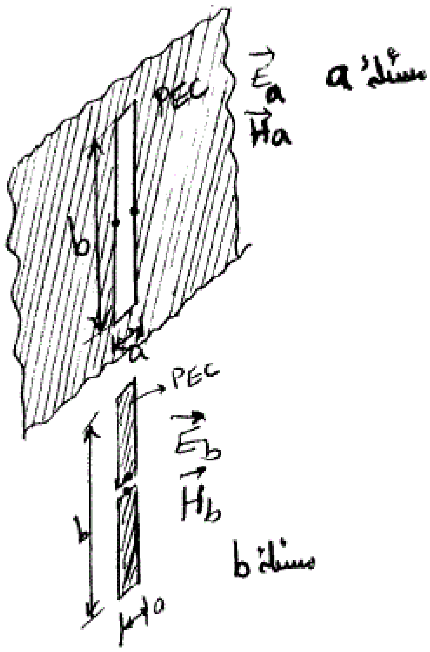
۱) هـر دو جریـان سـطحی $\vec{J}_s = \hat{n}\times\vec{H}$ و $\vec{J}_{ms} = -\hat{n}\times\vec{E}$ بـر روی سـطح S مسئله معادل لازم است.

۲) هـر دو جریـان سـطحی $\vec{J}_s = -\hat{n}\times\vec{H}$ و $\vec{J}_{ms} = \hat{n}\times\vec{E}$ بـر روی سـطح S مسئله معادل لازم است.

۳) تنها یکـی از دو جریـان سـطحی $\vec{J}_s = -\hat{n}\times\vec{H}$ یـا $\vec{J}_{ms} = \hat{n}\times\vec{E}$ بـر روی سطح S مسئله معادل کافی است.

۴) تنها یکـی از دو جریـان سـطحی $\vec{J}_s = \hat{n}\times\vec{H}$ یـا $\vec{J}_{ms} = -\hat{n}\times\vec{E}$ بـر روی سطح S مسئله معادل کافی است.

۴۲- دو مسئله آنتن شکافی مستطیلی با ابعاد $a \times b$ در صفحه هادی کامل نامحدود در $y = 0$ و آنتن دو قطبی هادی کامل با ابعاد کل $a \times b$ که دقیقاً در محل شکاف آنتن اول در صفحهٔ $y = 0$ فرض می‌شود را در نظر بگیرید (آنتن مکمل). اگر میدان‌های آنتن شکافی را با اندیس a و آنتن دو قطبی را با اندیس b مشخص کنیم، کدام پاسخ صحیح است؟ $\vec{J}$ و $\vec{M}$ به ترتیب جریان‌های الکتریکی و مغناطیسی می‌باشند.



۱) هیچ ارتباط ریاضی بین دو حل وجود ندارد و دو مسئله کاملاً متفاوت‌اند.

۲) فقط امپدانس ورودی آن‌ها به هم مرتبط است ولی میدان‌های آن‌ها هیچ ارتباط مشخصی ندارند.

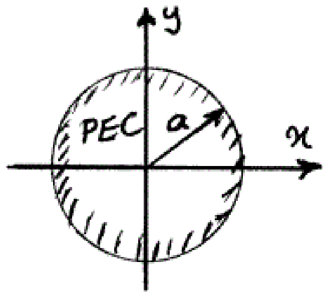
۳) $$\left.\begin{aligned}\vec{J}_a &= \frac{\vec{M}_b}{120\pi}\\ \vec{M}_a &= -120\pi\vec{J}_b\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned}\vec{E}_a &= 120\pi\vec{H}_b\\ \vec{H}_a &= -\frac{\vec{E}_b}{120\pi}\end{aligned}\right.$$

۴) $$\left.\begin{aligned}\vec{J}_a &= 120\pi\vec{M}_b\\ \vec{M}_a &= -\frac{\vec{J}_b}{120\pi}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned}\vec{E}_a &= 120\pi\vec{H}_b\\ \vec{H}_a &= -\frac{\vec{E}_b}{120\pi}\end{aligned}\right.$$

۴۳- یک استوانه هادی کامل به شعاع a که مطابق شکل در راستای محور z قرار گرفته است، تحت تابش میدان الکترومغناطیسی که بر حسب هارمونیک‌های استوانه‌ای با رابطه زیر مشخص می‌شود، قرار گرفته است:

$$H_z^i = H_\circ \sum_{n=۱}^{۵} \frac{۱}{j^n (۲n+۱)^۲} J_n(k\rho) e^{jn\varphi}$$

میدان پراکنده شده از استوانه کدام است؟



۱) $H_z^s = H_\circ \sum_{n=۱}^{۵} \frac{-J_n(ka)}{j^n (۲n+۱)^۲ H_n^{(۲)}(ka)} H_n^{(۲)}(k\rho) e^{jn\varphi}$

۲) $H_z^s = H_\circ \sum_{n=۱}^{۵} -\frac{J_n(ka)}{j^n (۲n+۱)^۲ H_n^{(۱)}(ka)} H_n^{(۱)}(k\rho) e^{jn\varphi}$

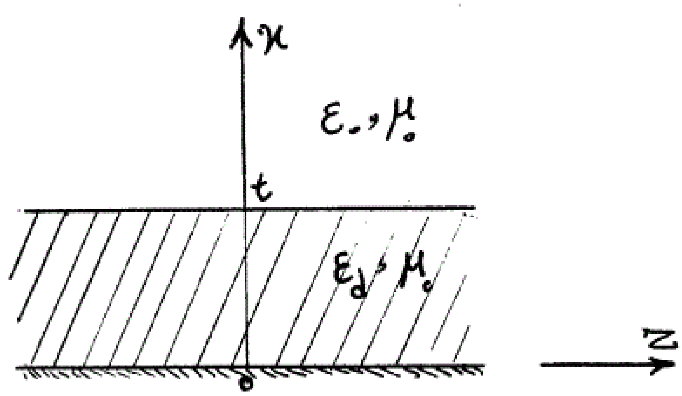
۳) $H_z^s = H_\circ \sum_{n=۱}^{۵} \frac{-J'_n(ka)}{j^n (۲n+۱)^۲ H_n^{(۲)'}(ka)} H_n^{(۲)}(k\rho) e^{jn\varphi}$

۴) $H_z^s = H_\circ \sum_{n=۱}^{۵} -\frac{J'_n(ka)}{j^n (۲n+۱)^۲ H_n^{(۱)'}(ka)} H_n^{(۱)}(k\rho) e^{jn\varphi}$

۴۴- برای بزرگترین حفره (cavity) مکعب مستطیلی، استوانه‌ای و کروی که در یک حجم $۲a \times ۲a \times ۲a$ جای می‌گیرد، به شرط استفاده از هادی خوب مشابه در ساخت، کمترین فرکانس تشدید و بیشترین ضریب کیفیت، Q ، به ترتیب مربوط است به: (تمام تشدیدهای ممکن را در نظر بگیرید.)

۱) حفره کروی، حفره کروی
۲) حفره مکعب مستطیل، حفره کروی
۳) حفره کروی، حفره مکعب مستطیل
۴) حفره مکعب مستطیل، حفره مکعب مستطیل

۴۵- لایه عایقی به ضخامت $t << \lambda$ بر روی ورقه هادی مطابق شکل زیر در صفحه $x = 0$ قرار گرفته است. برای مود TM_z و تابع پتانسیل فرد Ψ به صورت $\Psi_a \sim e^{-vx}$ (ناحیه بالای عایق) ، $\Psi_d \sim \sin ux$ (ناحیه عایق)، v برحسب عناصر نشان داده شده در شکل و طول موج کدام است؟ k_0 و k_d به ترتیب عدد موج فضای آزاد و ناحیه عایقی است.



۱) $v = k_0(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_d})\frac{t}{\lambda}$

۲) $v = k_d(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_d})\frac{t}{\lambda}$

۳) $v = 2\pi k_0(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_d})\frac{t}{\lambda}$

۴) $v = 2\pi k_d(1-\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_d})\frac{t}{\lambda}$